

# Stáž na Binghamton University

Eduard Bartl

Mezinárodní centrum pro informaci a neurčitost  
Univerzita Palackého v Olomouci



# Základní informace

- navštívené pracoviště: Department of Systems Science and Industrial Engineering, Binghamton University — SUNY, New York, USA
- datum: 26. 3. – 5. 4. 2014
- zahraniční garant: prof. George J. Klir

# Binghamton University – SUNY

- státní univerzita v New Yorku (SUNY – State University of New York) je systémem veřejných univerzit působících na území státu New York, Binghamton University je významnou výzkumnou univerzitou tohoto systému
- podle žebříčku spravovaného U.S. News & World Report patří Binghamton University mezi 50 nejúspěšnějších veřejných univerzit v USA
- podle Forbes zaujímá 16. místo mezi veřejnými univerzitami a 57. místo mezi veřejnými i soukromými univerzitami v USA
- Binghamton University charakterizují následující číselné údaje:
  - počet undergraduate studentů: 11 706
  - počet graduate studentů: 3 007
  - průměrný SAT score: 1 299
  - průměrný ACT score: 29
  - podíl studentů 1. ročníku, kteří postoupí do 2. ročníku: 91-93%
  - podíl zahraničních studentů: 10%

## prof. George J. Klir

- emeritní profesor na SSIE
- na Binghamton University působí od roku 1969
- v současné době se věnuje zejména publikační činnosti v oblasti zobecněné teorie informace, teorie fuzzy množin, fuzzy logiky a inteligentních systémů
- autor více než 300 odborných článků a 16 knih, editorem 10 knih
- šéfredaktor odborných časopisů International Journal of General Systems a International Book Series on Systems Science and Systems Engineering

# Jedno z řešených témat

## Fuzzy relační rovnice v obecném frameworku

- $X, Y, Z$  jsou (klasické) množiny  $\langle \mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{L}_3, \square \rangle$  je agregační struktura, kde  $\mathbf{L}_i = \langle L_i, \leq_i \rangle$  ( $i = 1, 2, 3$ ) jsou úplné svazy,  $R \in L_1^{X \times Y}$ ,  $S \in L_2^{Y \times Z}$ ,  $T \in L_3^{X \times Z}$  jsou fuzzy relace, a  $\square : L^{X \times Y} \times L^{Y \times Z} \rightarrow L^{X \times Z}$  je kompozice relací definována vztahem

$$(R \square S)(x, z) = \bigvee_{y \in Y} (R(x, y) \square S(y, z))$$

pro všechna  $R \in L_1^{X \times Y}$ ,  $S \in L_2^{Y \times Z}$

- výraz

$$R \square S = T,$$

kde jedna z fuzzy relací  $R, S, T$  je neznámá, se nazývá *fuzzy relační rovnice*

# Jedno z řešených témat

## Minimální řešení vs. problém množinového pokrytí

- Gödelova struktura, rovnice  $U \circ S = T$ , kde

$$S = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.50 & 0.25 & 0.50 \\ 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.25 \\ 1.00 & 0.50 & 0.00 & 0.00 \\ 0.25 & 0.75 & 0.00 & 0.25 \\ 0.75 & 0.00 & 0.75 & 0.75 \\ 0.25 & 0.50 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix}, \quad T = ( 0.75 \quad 0.75 \quad 0.25 \quad 0.50 )$$

- největší řešení

$$\hat{R} = ( 1.00 \quad 0.75 \quad 0.75 \quad 1.00 \quad 0.25 \quad 0.50 )$$

# Jedno z řešených témat

## Minimální řešení vs. problém množinového pokrytí

$$r_1 \otimes s_{11} = 0.50 < t_1$$

$$r_1 \otimes s_{12} = 0.50 < t_2$$

$$r_1 \otimes s_{13} = 0.25 = t_3$$

$$r_1 \otimes s_{14} = 0.50 = t_4$$

$$r_2 \otimes s_{21} = 0.75 = t_1$$

$$r_2 \otimes s_{22} = 0.75 = t_2$$

$$r_2 \otimes s_{23} = 0.00 < t_3$$

$$r_2 \otimes s_{24} = 0.25 < t_4$$

$$r_3 \otimes s_{31} = 0.75 = t_1$$

$$r_3 \otimes s_{32} = 0.50 < t_2$$

$$r_3 \otimes s_{33} = 0.00 < t_3$$

$$r_3 \otimes s_{34} = 0.00 < t_4$$

$$r_4 \otimes s_{41} = 0.25 < t_1$$

$$r_4 \otimes s_{42} = 0.75 = t_2$$

$$r_4 \otimes s_{43} = 0.00 < t_3$$

$$r_4 \otimes s_{44} = 0.25 < t_4$$

$$r_5 \otimes s_{51} = 0.25 < t_1$$

$$r_5 \otimes s_{52} = 0.00 < t_2$$

$$r_5 \otimes s_{53} = 0.25 = t_3$$

$$r_5 \otimes s_{54} = 0.25 < t_4$$

$$r_6 \otimes s_{61} = 0.25 < t_1$$

$$r_6 \otimes s_{62} = 0.50 < t_2$$

$$r_6 \otimes s_{63} = 0.00 < t_3$$

$$r_6 \otimes s_{64} = 0.50 = t_4$$

---

$$t_1 = 0.75$$

$$t_2 = 0.75$$

$$t_3 = 0.25$$

$$t_4 = 0.50$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$

$$1 \quad 1 \quad 0 \quad 0$$

$$1 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$0 \quad 1 \quad 0 \quad 0$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 0$$

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 1$$

---

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

# Jedno z řešených témat

## Minimální řešení vs. problém množinového pokrytí

- celkem čtyři minimální prokrytí  $\{1, 2\}$ ,  $\{1, 3, 4\}$ ,  $\{2, 5, 6\}$ ,  $\{3, 4, 5, 6\}$
- všechna minimální řešení:

$$\check{R}_1 = (\mathbf{1.00} \quad \mathbf{0.75} \quad 0.00 \quad 0.00 \quad 0.00 \quad 0.00)$$

$$\check{R}_2 = (\mathbf{1.00} \quad 0.00 \quad \mathbf{0.75} \quad \mathbf{1.00} \quad 0.00 \quad 0.00)$$

$$\check{R}_3 = (0.00 \quad \mathbf{0.75} \quad 0.00 \quad 0.00 \quad \mathbf{0.25} \quad \mathbf{0.50})$$

$$\check{R}_4 = (0.00 \quad 0.00 \quad \mathbf{0.75} \quad \mathbf{1.00} \quad \mathbf{0.25} \quad \mathbf{0.50})$$



# Stáž na University of Texas at El Paso

Eduard Bartl

Mezinárodní centrum pro informaci a neurčitost  
Univerzita Palackého v Olomouci



# Základní informace

- navštívené pracoviště: Department of Computer Science, University of Texas at El Paso, El Paso, Texas, USA
- datum: 2. 5. – 12. 5. 2014
- zahraniční garant: prof. Vladik Kreinovich

# Univerzity of Texas at El Paso

- Univerzity of Texas at El Paso (UTEP) je významnou veřejnou univerzitou
- v prestižním žebříčku hodnocení univerzit v USA se tradičně umísťuje kolem 10. místa
- v současnosti asi 23 000 studentů
- zahraniční garant: prof. Vladik Kreinovich
- působí na Department of Computer Science
- patří mezi významné odborníky v oblasti interval computing, intelligent control a reasoning under uncertainty
- je autorem více než 1 000 publikací

# Průběh stáže

- během stáže jsem absolvoval několik schůzek s prof. Kreinovichem
- robírali jsme zejména některé otázky týkající se teorie složitosti
- pročítali jsme následující články:
  - Andrzej Pownuk, Luc Longpre, and Vladik Kreinovich, "Checking Monotonicity Is NP-Hard Even for Cubic Polynomials", Reliable Computing, 2013, Vol. 18, pp. 90-96.
  - Nuria Mata and Vladik Kreinovich, "NP-Hardness In Geometric Construction Problems With One Interval Parameter", In: Josep Vehi and Miquel A. Sainz (eds.), Applications of Interval Analysis to Systems and Control, University of Girona, Spain, 1999, pp. 101-114.
  - Vladik Kreinovich and Maurice Margenstern, "In Some Curved Spaces, One Can Solve NP-Hard Problems in Polynomial Time", Notes of Mathematical Seminars of St. Petersburg Department of Steklov Institute of Mathematics, 2008, Vol. 358, pp. 224-250; reprinted in Journal of Mathematical Sciences, 2009, Vol. 158, No. 5, pp. 727-740.

# Složitost řešení relačních rovnic

- dokončen článek: Bartl, E., Bělohlávek, R., Hardness of Solving Relational Equations
- zaslán do IEEE Transactions on Fuzzy Systems

# Složitost řešení relačních rovnic

## Hardness of Solving Relational Equations – hlavní body

- (i) The notion of *covering* is used in confusing manner. We clarify this confusion by pointing out two distinct notions of covering, one used in SCP and the other in FREs.
- (ii) The *concept of minimal solution* is used in confusing manner. As we show, there exist two natural concepts of minimal solution and, correspondingly, two natural optimization problems of computing a minimal solution. In the literature, these two problems are not recognized and properly distinguished. We show that while one of them is NP-hard, the other is solvable in polynomial time.
- (iii) The *problem of computing all minimal solutions* of FREs, presented in the literature as an optimization problem, *is ill-conceived* in that it does not fit the established notion of an optimization problem.
- (iv) As a consequence, the theorem drawn in the literature that computing all minimal solutions of FREs is NP-hard is not warranted and is ill-posed.