

Využití metod rekonstrukce signálu v optickém zobrazování a metrologii

Libor Mořka

Univerzita Palackého v Olomouci
Přírodovědecká fakulta
Katedra optiky

Obsah

- Měření koherence pomocí Shack-Hartmannova senzoru
- Algoritmus pro optimalizaci tomografie datových vzorů
- Rekonstrukce PDC stavu pomocí tomografie datových vzorů
- Tomografie s neznámým měřením – porovnání algoritmů
- Fisherova informace a optické rozlišení

[1] B. Stoklasa, L. Mořka, J. Řeháček, Z. Hradil, and L. L. Sánchez-Soto, *Wavefront sensing reveals optical coherence*, Nature Communications **5**, 3275 (2014).

[2] L. Mořka, B. Stoklasa, J. Řeháček, Z. Hradil, V. Karásek, D. Mogilevtsev, G. Harder, C. Silberhorn, and L. L. Sánchez-Soto, *Efficient algorithm for optimizing data-pattern tomography*, Phys. Rev. A **89**, 054102 (2014).

[3] G. Harder, C. Silberhorn, J. Řeháček, Z. Hradil, L. Mořka, B. Stoklasa, and L. L. Sánchez-Soto, *Time-multiplexed measurements of nonclassical light at telecom wavelengths*, Phys. Rev. A **90**, 042105 (2014).

[4] L. Mořka, B. Stoklasa, M. D'Angelo, P. Facchi, A. Garuccio, Z. Hradil, S. Pascazio, F.V. Pepe, Y. S. Teo, J. Řeháček, and L.L. Sánchez-Soto, *Optical resolution from Fisher information*, Eur. Phys. J. Plus **131**, 130 (2016).

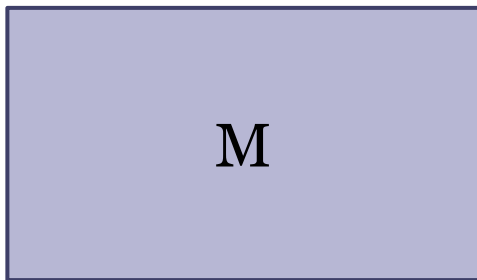
[5] L. Mořka, M. Paur, J. Rehacek, Z Hradil and L. L. Sanchez-Soto, *Efficient tomography with unknown detectors*, Quantum Sci. Technol. **2**, 035003 (2017).

Tomografie kvantového stavu

Cílem tomografie kvantového **QST** stavu je estimovat ρ z měření provedených na identicky připravených kopiích kvantového systému.

parametry
signálu

r_1
 r_2
 \vdots
 r_d



pravdě-
podobnosti

p_1
 p_2
 \vdots
 p_m

měřená data

f_1
 f_2
 \vdots
 f_m

↑
šum

$$f = Mr + \text{noise}$$



$$r = \text{estimator}(M, f)$$

QIP

- LIN
- MaxLik

$$\rho \geq 0$$

- existence
 - jedinečnost
 - stabilita
- závisí na $d, m, \text{rank}(M)$

Měření koherence pomocí Shack-Hartmannova senzoru

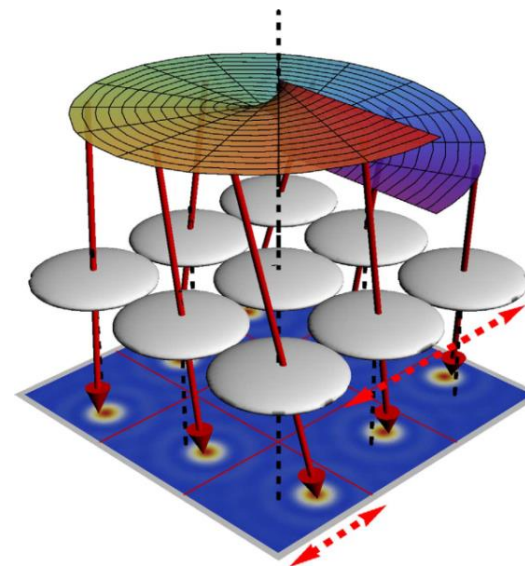
standardní využití

- v běžném režimu tento senzor umožňuje měřit pouze prostorově koherentní signál
- měření vlnoplochy
- v režimu detekce prostorově nekoherentního signálu, standardní rekonstrukční algoritmy selhávají!

detailnější analýza

- systém je popsán koherenční maticí $\rho \geq 0$

- postupné měření polohy a hybnosti, projekce $|\pi_{ij}\rangle = U(x_i) U(p_j) |A\rangle \longrightarrow I_{ij} = \text{Tr}(\rho |\pi_{ij}\rangle\langle\pi_{ij}|)$

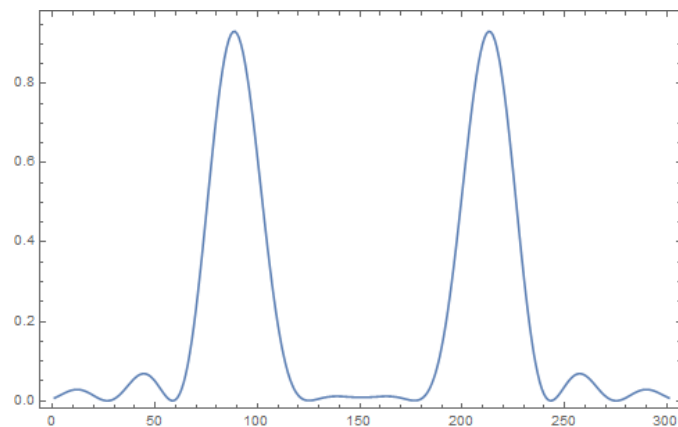
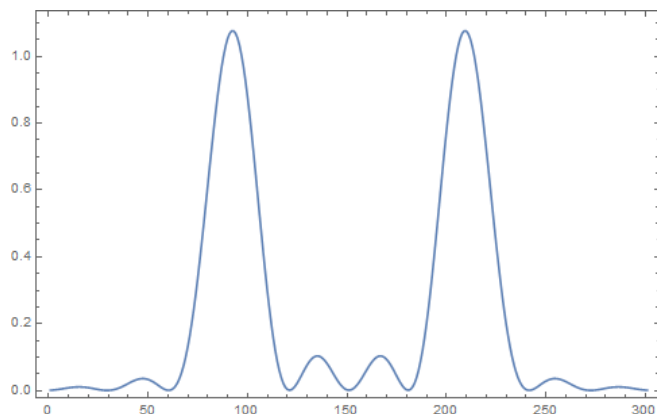


- výběr vhodné rekonstrukční báze

$$I_{ij} = \sum_r \Pi_{ijr} \rho_r \quad \longrightarrow \quad \text{metody rekonstrukce kvantového stavu (QIP)}$$

- koherentní superpozice dvou nakloněných rovinných vln + SH senzor složený ze dvou mikročoček

$$I_{ij} = a_{11} \text{sinc}(\Delta p_j + p_1)^2 + a_{22} \text{sinc}(\Delta p_j + p_2)^2 + a_{12} \text{sinc}(\Delta p_j + p_1) \text{sinc}(\Delta p_j + p_2) e^{i(p_2 - p_1)\Delta x_i} + cc.$$



- úplnost měření

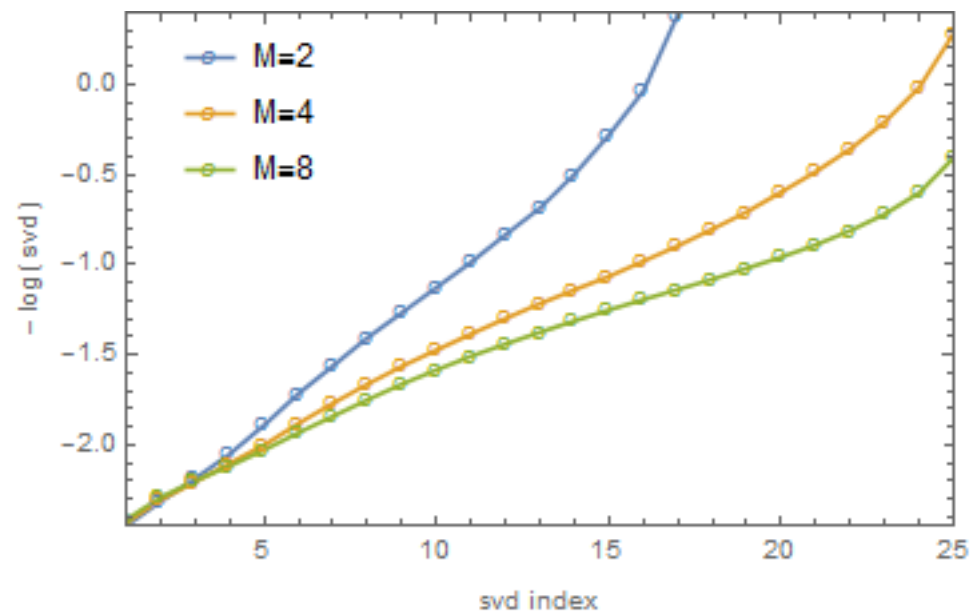
$$(\Pi_{ij})_{mn} = \text{sinc}(\Delta p_j + p_m) \text{sinc}(\Delta p_j + p_n) e^{i(p_m - p_n)\Delta x_i}$$

$$\text{rank}[(\Pi_{ij})_{mn}] = d$$

počet mikročoček

počet modů

	1	2	3	4	5
2	3	4	4	4	4
3	6	9	9	9	9
4	9	14	16	16	16
5	12	19	25	25	25
6	15	24	33	36	36
7	18	29	40	49	49
8	21	34	47	60	64



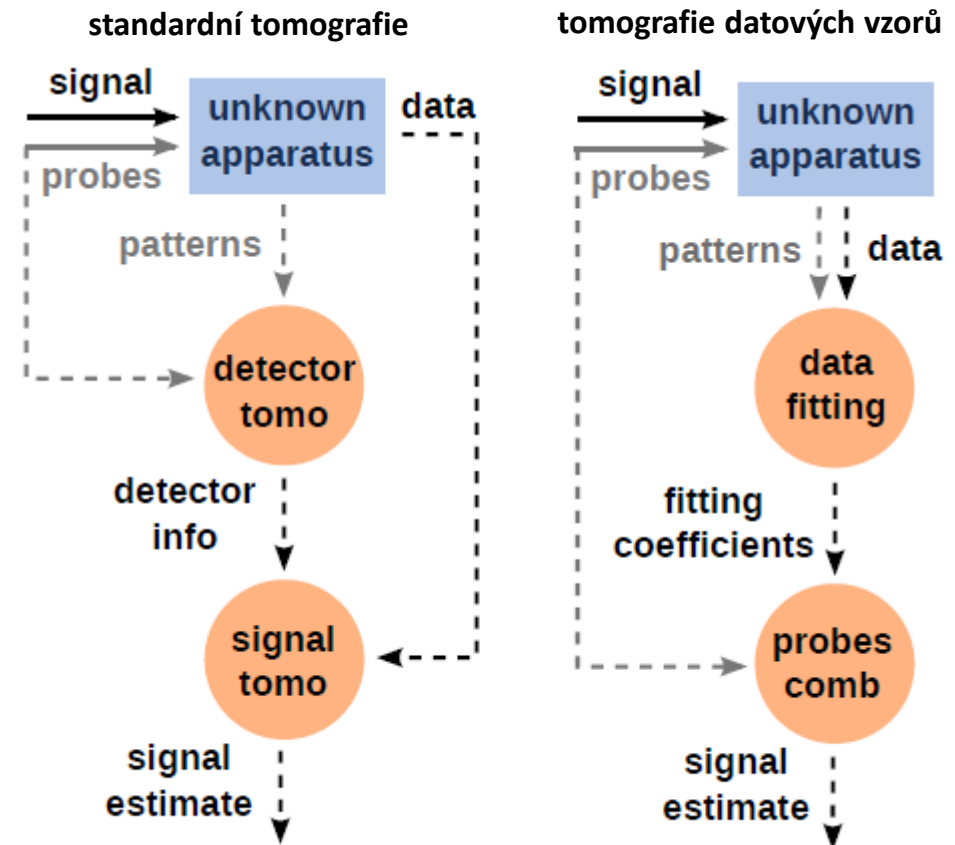
5 modů, 20 detekcí za každou mikročočkou

Tomografie s neznámým měřením

- z pohledu LIN odhadu existují dvě strategie
- známé kalibrační stavy jsou měřeny neznámým měřicím aparátem a příslušné datové vzory shromážděny
- standardní tomografie:
tomografie detektoru následována QST
- data-pattern tomografie
tomografie detektoru se neprovádí

$$\hat{f} = \sum_{\xi}^d x_{\xi} f_{\xi}$$

$$\rho = \sum_{\xi}^d x_{\xi} \sigma_{\xi}$$



Algoritmus pro tomografii datových vzorů

protokol

- umožňující provedení lineární regrese, který tato metoda vyžaduje

$$F(x_\xi) = \sum_\xi^d (\hat{f} - f_\xi)^2$$

- zároveň zajišťuje pozitivitu stavu a normovací podmínky

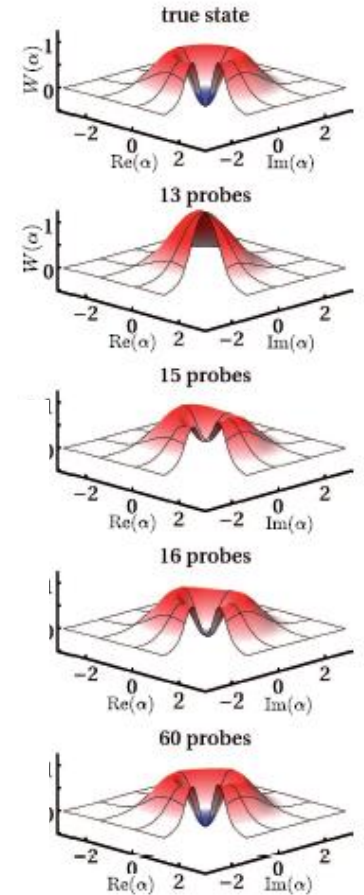
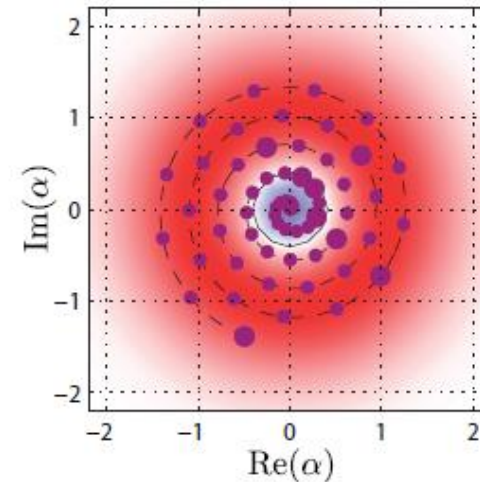
$$\rho \geq 0$$

- úloha konvexního programování s podmínkou
- interior point metod
- Newtonova iterační metoda

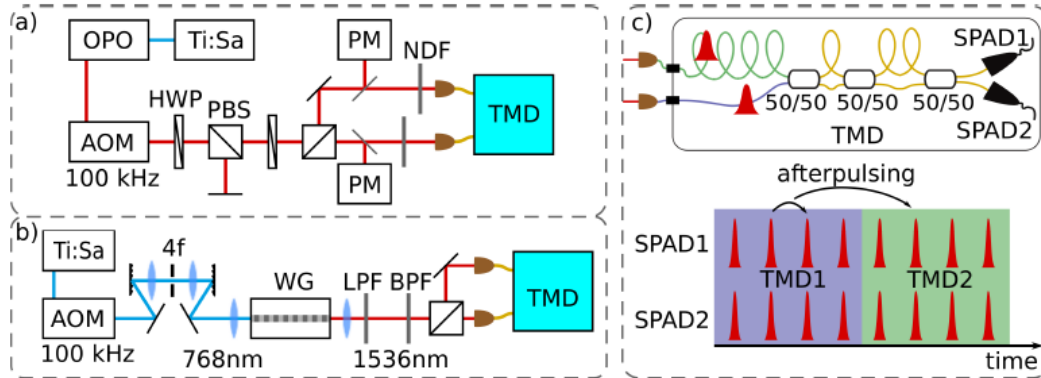
$$\begin{aligned} & \min F \\ & \text{za podmínky} \\ & \rho \geq 0 \end{aligned}$$

strategie

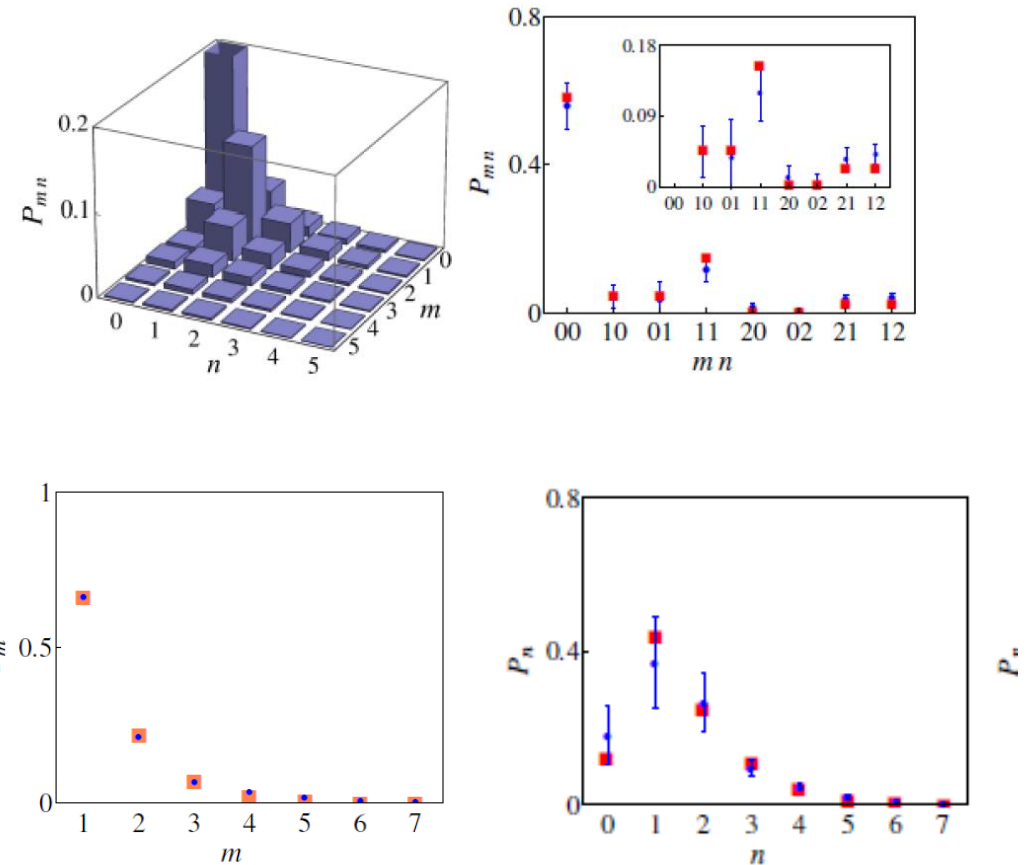
- měření: homodynní detekce, $\eta = 0.8$
- nekoherentní sup. $\sqrt{0.4}|0\rangle + \sqrt{0.6}|1\rangle$
- počet hledaných parametrů=36
- probes: koherentní stavy



Tomografie neklasického stavu měřená pomocí TMD



- PDC stav generovaný na 1536 nm
- zařízení bylo kalibrováno koherentními stavy
- data měřena pomocí TMD a SPAD na bázi InGaAs - nízká účinnost, afterpulsy
- tomografie datových vzorů
- bylo rekonstruováno dvou-modové fotonulzní rozdělení



Tomografie s neznámým měřením – porovnání protokolů

standardní tomografie (DQST)

- tomografie detektoru

$$F = CR \longrightarrow C = FR^+$$

- tomografie kvantového stavu

$$f = Cr \longrightarrow r = C^+ f$$

- rekonstrukční matice

$$A_s = (FR^+)^+$$

tomografie datových vzorů (DPT)

- fitování dat datovými vzory

$$f = Fx \longrightarrow x = F^+ f$$

- stejné koeficienty jsou použity jako váhy během rekonstrukce

$$r = Rx$$

- rekonstrukční matice

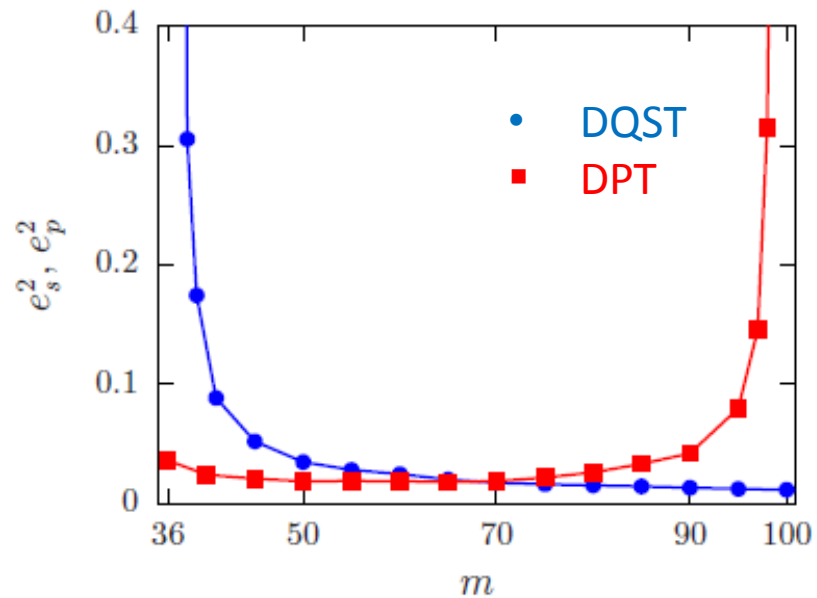
$$A_p = RF^+$$

$$(AB)^+ = B^+A^+ \quad (\text{obecně neplatí})$$

Ekvivalence není obecně zajištěna!

- rekonstrukční chyby - porovnání

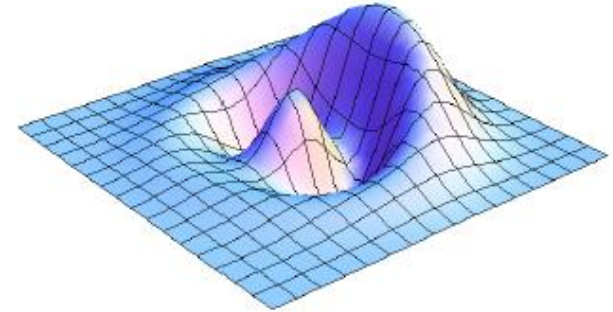
- měření: homodynní detekce, $\eta = 0.8$
- počet hledaných parametrů = 35
- probes: koherentní stavy s náhodně generovanou amplitudou $|\alpha| < 0.8$, $M=100$



$d \approx m \ll M$
(minimální tomografie)

$d < m \approx M$
(přeurčené měření)

true state

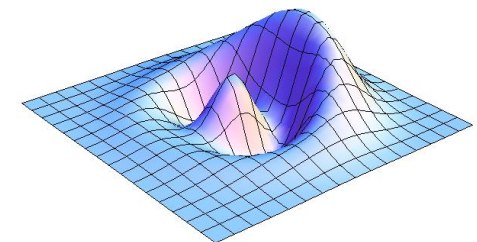
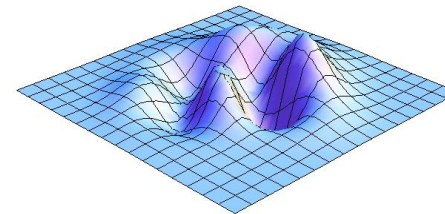


koherentní superpozice $\sqrt{0.1}|0\rangle + \sqrt{0.2}|1\rangle + \sqrt{0.1}|2\rangle$

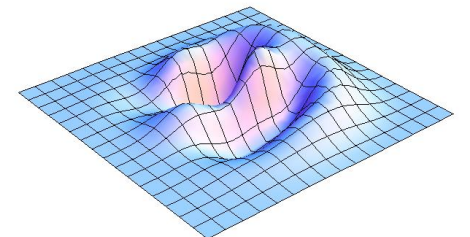
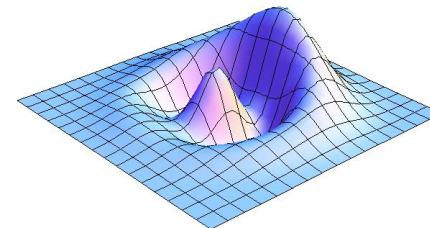
m=d=35

m=M=100

standard

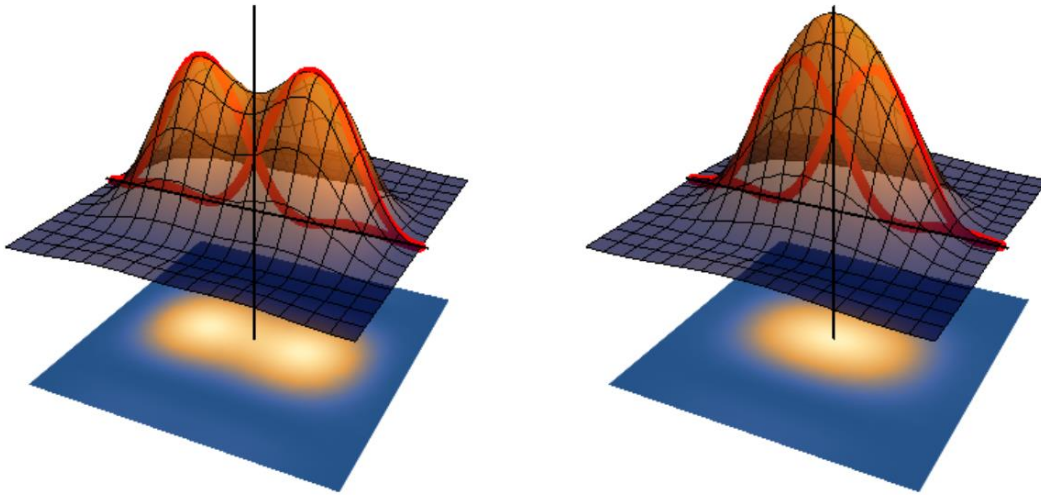


data-pattern



Fisherova informace a optické rozlišení

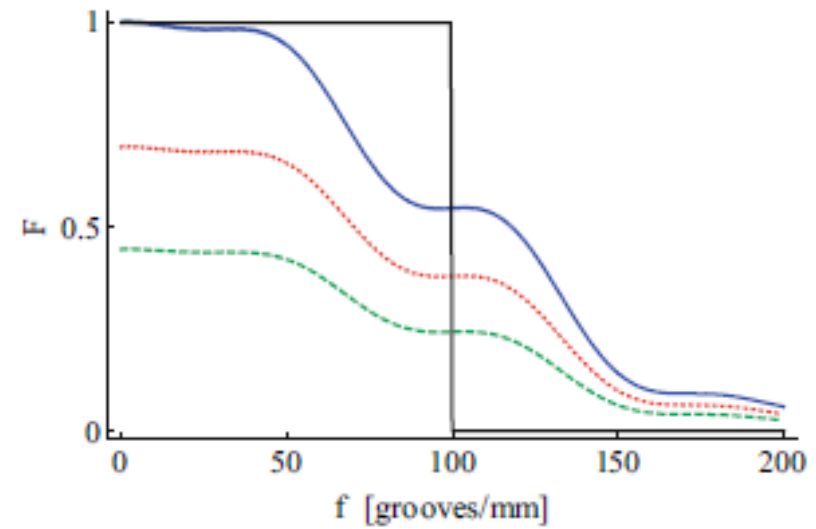
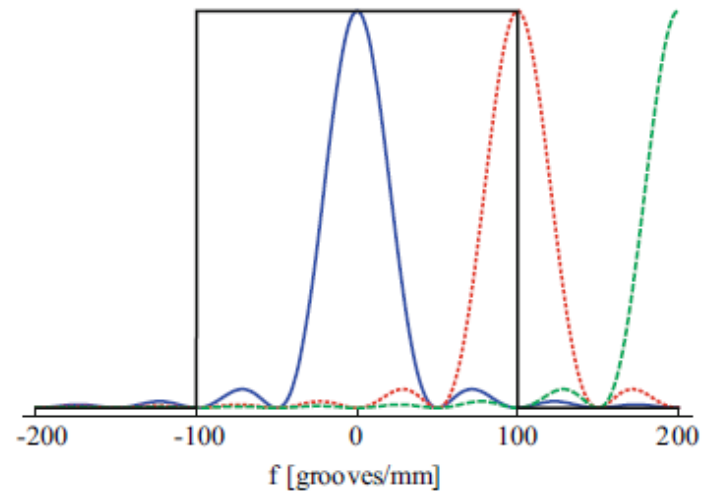
- motivace klasickým Rayleigh rozlišovacím kritériem



- Fisherova informace - Rao-Cramer lower bound

$$(\Delta\theta)^2 \geq 1/F$$

- MTF koherentního zobrazovacího systému



Děkuji za pozornost!